

# 단일방향 물류흐름에서의 이중열 배치 설계

채준재\*

한국항공대학교 항공교통물류학부

## Double row layout design with unidirectional material handling path

Junjae Chae\*

School of Air Transport, Transportation and Logistics, Korea Aerospace University

**Abstract:** A spine layout is a type of layout in which a main aisle is used for the material movement between the work cells located on either side. This type of layout could be categorized in double row layout because the work cells located in double row. In this study, the mathematical model for double row layout with unidirectional material flow is presented. The main objective of the model is to find the location of each cells along the central material handling system to minimize the material handling cost.

**Keywords:** Material Handling, Layout Design, Double Row Layout

### 1. 서론

중심에 물류이송시스템을 두고 양쪽에 기계, 또는 working cell을 배치하는 것은 spine layout 이라고 하기도 한다(Langevin et al., 1994). 이러한 형태의 배치는 자동물류이송차(AGV: Automated Guided Vehicles)가 직선을 따라 각 셀(Cell)간의 물류이송을 담당하는 유연생산시스템(FMS: Flexible Manufacturing System)에서 잘 사용된다(Kusiak and Heragu, 1987). Figure 1은 전형적인 Spine Layout의 형태를 설명하고 있다.

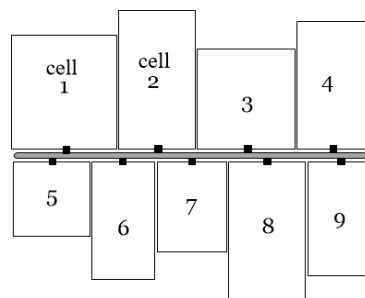


Figure 1. Spine Layout

이러한 스파인 배치(Spine layout)는 해당 공간을 중앙물류시스템을 중심으로 위아래로 양분하는 이중열

---

논문접수일 : 2020.10.23.

심사완료일 : 2020.10.28.

게재확정일 : 2021.01.25.

\* jchae@kau.ac.kr

배치와 매우 유사하고 특별히 베이(Bay) 형태를 갖춘 스판 배치의 최근의 반도체 제조 공장에서 사용되기도 한다.(Cardarelli and Pelagagge, 1995; Peters and Yang, 1997; Montoya-Torres, 2006; Kim et al., 2009) Figure 1에서 설명하고 있는 셀(Cell)의 형태는 이미 사각형의 형태가 정해져 있어서 가로 및 세로의 길이를 알고 있는 경우에 해당 한다. 물류이송은 중앙에 설치되어 있는 물류이송시스템을 이용하게 되므로 사실상 셀(Cell)의 높이는 이중열 배치에 있어서 고려대상이 아니다. 따라서 다음의 Figure 2와 같이 간략화 할 수 있다.

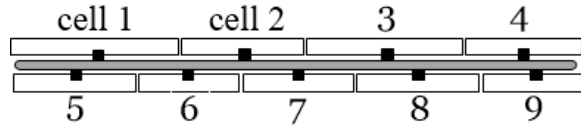


Figure 2. Double Row Layout

위의 Figure 2에서는 각 셀의 높이는 고려하지 않고 가로( $x$ )축 방향만 고려하여 배치를 하게 된다. 이때 각 셀의 물류접점 (P/D point : Pick-up/Drop-off Point)은 각 셀의 중점이 되고 이 점을 통해 각 셀내부로 물류흐름이 가능하다는 가정을 하게 된다. 이러한 이중열 배치에서는 중앙물류시스템의 구성에 따라 그 배치형태가 달라질 수 있는데 이 연구에서는 단방향의 자동물류시스템이 중앙에 위치해 있을 때를 가정하게 되고 이에 대한 형태는 Figure 3에 나타난 바와 같다.

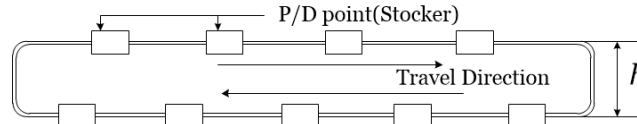


Figure 3. Unidirectional Central Material Handling System

이러한 형태를 사용하는 최근의 반도체 제조 공장에서는 중앙의 물류운송 시스템은 천장에 설치된 모노레일의 경로를 따라 움직이도록 하고 각 셀의 물류접점은 스톡커(Stocker)를 이용하는 경우를 들 수 있는데 (Ben-Salem, et al., 2017; Kim et al., 2016) 이 연구에서의 모델로 이를 가정하게 된다. 즉 각 셀의 물류접점은 스톡커의 위치와 같고 이는 각 셀의 폭의 중심에 있다고 가정한다.

## 2. 혼합 정수 모델 (Mixed Integer Programming Model)

이 모델의 목적함수는 각 셀간 이동하는 물류이송거리가 최소화 되게 하는 것이다. 따라서 다음과 같이 정의 할 수 있다.

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n f_{ij} d_{ij}, \quad \forall i, j \quad (1)$$

이때  $f_{ij}$ 는 셀  $i$ 와  $j$ 의 이동량을 나타내고  $d_{ij}$ 는 셀  $i$ 와  $j$ 의 거리를 나타낸다. 따라서 목적함수 식은 이 물류시스템을 통한 총 이동거리를 나타내고 있다. 셀  $i$ 의 중점을  $x_i$ 라 할 때 거리  $d_{ij}$ 는 아래와 같다.

$$d_{ij} = x_j - x_i \quad (2)$$

단 셀  $i$ 와  $j$ 가 함께 중앙물류시스템의 위에 위치할 경우 셀  $i$ 는 셀  $j$ 의 왼쪽에 위치하며 물류흐름은 Figure 3에서와 같이 시계방향일 경우 성립한다. 만일 셀  $i$ 와  $j$ 가 함께 중앙물류시스템의 위에 위치하고 셀  $i$ 가 셀  $j$ 의 오른쪽에 위치할 경우  $d_{ij}$ 는 아래와 같다.

$$d_{ij} = 2(w + h) - (x_i - x_j) \quad (3)$$

이때  $w$ 와  $h$ 는 중앙 물류시스템의 폭과 높이이다.

이와 같이 단방향 흐름의 중앙물류시스템을 이용할 경우 각 셀의 상대적인 위치에 따라 그 거리 계산이 달라지기 때문에 각 경우에 대한 제약식을 모두 포함해야 한다.

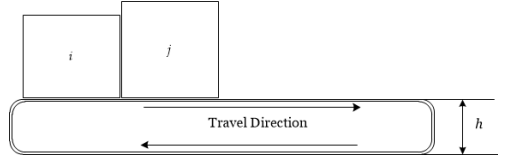
각 셀의 상대적 위치를 나타내기 위해 이항변수를 도입하여 표현이 가능하다.

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{1 셀 } i \text{ 가 셀 } j \text{ 의 왼쪽에 위치할 경우} \\ 0 & \text{그 외의 경우} \end{cases}$$

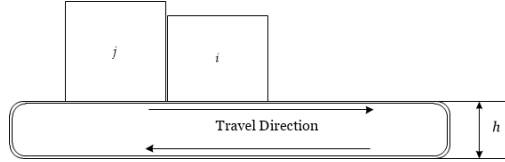
$$\beta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{1 셀 } i \text{ 가 셀 } j \text{ 의 위에 위치할 경우} \\ 0 & \text{그 외의 경우} \end{cases}$$

$$\gamma_i = \begin{cases} 1 & \text{1 셀 } i \text{ 가 중앙물류시스템 위에 위치할 경우} \\ 0 & \text{그 외의 경우} \end{cases}$$

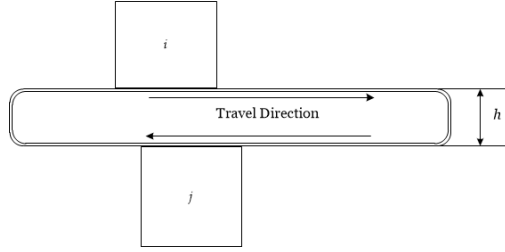
위의 두 이항변수의 조합으로 각 경우를 나타낼 수 있다.



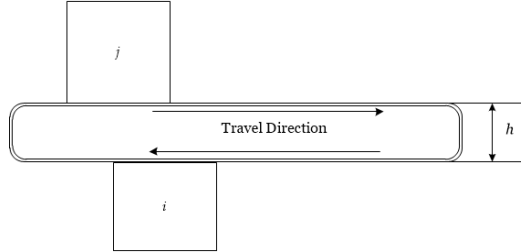
(a)  $\alpha_{ij} = 1, \alpha_{ji} = 0, \beta_{ij} = 0, \beta_{ji} = 0, \gamma_i = 1, \gamma_j = 1$



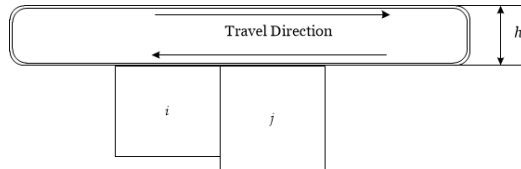
(b)  $\alpha_{ij} = 0, \alpha_{ji} = 1, \beta_{ij} = 0, \beta_{ji} = 0, \gamma_i = 1, \gamma_j = 1$



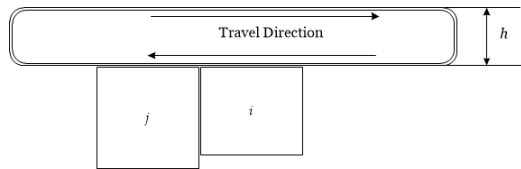
(c)  $\alpha_{ij} = 0, \alpha_{ji} = 0, \beta_{ij} = 1, \beta_{ji} = 0, \gamma_i = 1, \gamma_j = 0$



(d)  $\alpha_{ij} = 0, \alpha_{ji} = 0, \beta_{ij} = 0, \beta_{ji} = 1, \gamma_i = 0, \gamma_j = 1$



(e)  $\alpha_{ij} = 1, \alpha_{ji} = 0, \beta_{ij} = 0, \beta_{ji} = 0, \gamma_i = 0, \gamma_j = 0$



(f)  $\alpha_{ij} = 0, \alpha_{ji} = 1, \beta_{ij} = 0, \beta_{ji} = 0, \gamma_i = 0, \gamma_j = 0$

Figure 4. Relative position of cells

Figure 4의 (a)의 경우  $d_{ij} = x_j - x_i$ , (b)의 경우  $d_{ij} = 2(w+h) - (x_i - x_j)$ 로 표현 할 수 있다. 그리고 나머지 (c),(d),(e), 그리고 (f)의 경우 각각  $d_{ij} = 2w+h - (x_i + x_j)$ ,  $d_{ij} = x_i + x_j + h$ ,  $d_{ij} = 2(w+h) - (x_j - x_i)$ , 그리고  $d_{ij} = x_i - x_j$  로 그 셀 간의 거리를 측정할 수 있다.

위에서 언급한 조건을 조합하여 제약식을 만들면 다음과 같다

$$d_{ij} \geq x_j - x_i - M(1 - \alpha_{ij}) - M(2 - \gamma_i - \gamma_j), \forall i, j \quad (4)$$

$$d_{ij} \geq x_j - x_i + 2(w+h) - M(1 - \alpha_{ji}) - M(2 - \gamma_i - \gamma_j), \forall i, j \quad (5)$$

$$d_{ij} \geq -(x_i + x_j) + 2w+h - M(1 - \beta_{ij}) - M(1 - \gamma_i + \gamma_j), \forall i, j \quad (6)$$

$$d_{ij} \geq (x_i + x_j) + h - M(1 - \beta_{ji}) - M(1 + \gamma_i - \gamma_j), \forall i, j \quad (7)$$

$$d_{ij} \geq x_i - x_j + 2(w+h) - M(1 - \alpha_{ij}) - M(\gamma_i + \gamma_j), \forall i, j \quad (8)$$

$$d_{ij} \geq x_i - x_j - M(1 - \alpha_{ji}) - M(\gamma_i + \gamma_j), \forall i, j \quad (9)$$

$$\alpha_{ij} + \alpha_{ji} + \beta_{ij} + \beta_{ji} = 1, \forall i, j \quad (10)$$

$$x_i + \frac{l_i}{2} \leq x_j - \frac{l_j}{2} + M(1 - \alpha_{ij}), \forall i, j \quad (11)$$

$$x_j + \frac{l_j}{2} \leq x_i - \frac{l_i}{2} + M(1 - \alpha_{ji}), \forall i, j \quad (12)$$

$$\frac{l_i}{2} \leq x_i, \forall i \quad (13)$$

$$W - \frac{l_i}{2} \geq x_i, \forall i \quad (14)$$

이때,  $l_i$ 는 셀  $i$ 의 폭을 의미하며  $W$ 는 전체 시스템의 가용 길이를 의미한다.

현재의 모델은 각 셀의 상하좌우의 상대적인 위치를 나타내는 이항변수를 도입을 해서 나타내기는 하였으나 이 이항변수들간의 관계를 규정함으로써 이 모델이 실질적인 풀이를 하도록 하는 것이 중요하다. 따라서 상대위치를 나타내는 이항변수들간의 제약을 모델에 포함할 필요가 있다. 먼저 각 셀의 베이에서의 상대위치, 상충부 하충부를 구분하는  $\gamma_i, \gamma_j$ 와  $\alpha_{ij}$ 의 관계를 Chae and Regan(2020)에서 다음과 같이 정의했다.

Proposition 1.  $\gamma_i, \gamma_j$ 과  $(\alpha_{ij} + \alpha_{ji})$ 의 값은 <Table 1>에서 정리된 것과 같이 NXOR (Not-Exclusive OR)의 논리적 관계를 유지한다(Chae and Regan, 2020).

Table 1. NXOR relationship

$\gamma_i$	$\gamma_j$	$(\alpha_{ij} + \alpha_{ji})$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

따라서 위의 정리는 아래의 제약조건을 구성하게 된다.

$$\alpha_{ij} + \alpha_{ji} \geq 1 - \gamma_i + \gamma_j, \quad \forall i < j \quad (15)$$

$$\alpha_{ij} + \alpha_{ji} \leq 1 - \gamma_i + \gamma_j, \quad \forall i < j \quad (16)$$

$$\alpha_{ij} + \alpha_{ji} \leq 1 + \gamma_i - \gamma_j, \quad \forall i < j \quad (17)$$

$$\alpha_{ij} + \alpha_{ji} \geq -1 + \gamma_i + \gamma_j, \quad \forall i < j \quad (18)$$

$\beta_{ij}$ 와  $\gamma_i$ 의 경우 두 이항변수 모두 상하관계를 나타내는 것으로 하나의 표현이 다른 하나의 표현과 어긋나지 않도록 하는 것이 중요 하다. 예를 들어  $\beta_{ij} = 1$ 의 조건이 주어 진다면  $i$ 는  $j$ 보다 상대적으로 위쪽에 위치 하므로  $\gamma_i = 1, \gamma_j = 0$ 의 조건을 만족 해야 한다. 즉  $\beta_{ij} \leq \gamma_i$ 의 조건을 만족하고 이는 모든  $i, j$ 에 적용된다.

### 3. 결과

실험을 위해 잘 알려진 DRLP 문제를 Hungerländer and Anjos(2012)로부터 가져와서 실험하였다. 5개의 셀로부터 15개의 셀을 포함하는 모두 11개의 문제를 풀되 기본적으로 알려져 있는 양방향 물류이동이 가능한 경우의 최적해와 비교 하였다. 이는 단방향의 이동제한으로 늘어나는 물류이송장비 또는 물류자체의 증가 경향에 대한 분석을 위함이다. 실험은 인텔 제온 E-2136 CPU와 32MB의 RAM의 윈도우 Workstation에서 IBM CPLEX 12.10을 사용해서 실험하였다.

추가적으로 단방향 이송을 가정하기위해 제약조건을 포함했는데 이는 중심부의 자동물류이송장치의 길이를 그 문제 크기에 맞게 제한해야 적절히 실질적 이동 거리를 구할 수 있기 때문이다. 또한 실험의 제약 조건중에 자동이동장치의 베이영역의 이동, 즉 세로 이동 ( $h$ )은 없는 것으로 가정했다. 이는 양방향 이동에서의 거리와 직접적인 비교를 위해 수평이동의 증가분 만을 분석 대상으로 삼기 위함이다.

Table 2. Result comparison

Instances		Bidirectional	Unidirectional
Name	N		
HA5	5	52.5	732.0
HA6	6	190.5	1764.0
HA7	7	159.0	2093.0
HA8	8	189.5	2604.0
HA9	9	486.5	4655.0
HA10	10	821.0	7518.0
HA11	11	773.5	8301.5
HA12	12	1021.0	10807.5
HA13	13	1520.5	14526.0
HA14	14	1833.5	19354.0
HA15	15	2624.5	27588.0

<Table 2>는 실험을 통해 얻은 결과와 이전에 양방향 이동이 가능한 가정하에 얻는 결과(Amaral, 2013; Secchin and Amaral, 2019, Chae and Regan, 2020)와 비교를 하였다. 표면적으로는 매우 크게 증가하는 것으로 보이지만 단방향이기에 셀  $i$ 에서 셀  $j$ 로 이동한 거리와 반대로 셀  $j$ 에서 셀  $i$ 로 이동한 거리가 다르게 계산되기 때문에 이전의 양방향 이동에서처럼 한쪽으로 이동하는 거리만 계산하는 방법으로는 적절한 계산이 되지 않아서 모든 경우에 대해 이동거리를 모두 합산하였다. 따라서 현재는 약 10배의 거리 차이가 보이지만 실질적으로는 평균적으로 약 5배의 거리차가 난다고 볼 수 있다.

이러한 차이는 순수하게 단방향 이기 때문에 생기는 차이도 있지만 문제의 특성상 일정 범위 이상 벗어나지 못하도록 외곽의 제한을 매우 엄격하게 유지 하는데도 영향이 있다. 이는 외곽 제한이 더 많은 경우의 배치 형태를 만들 수 있는 기회를 충분히 제공하지 못하게 하기 때문에 생기는 영향으로 볼 수 있다. <Figure 5> 에서도 볼 수 있듯이 배치하고자 하는 셀은 정해진 공간을 벗어나지 않고 양분된 공간에 배치가 되도록 제약을 두었다. 이는 이 공간이 유동적으로 변하게 되면 단방향으로 구성된 중앙 자동 물류시스템을 통한 물류이동의 거리가 이 외곽의 증가로 함께 증가하는 것을 막기 위해서 인데 이러한 제약이 움직일 수 있는 자유도 또한 제약을 하여 전체적으로 물류 이송 거리를 감소시킬 수 없는 요소로 작용하고 있다.

7	1			2
8	4	6	3	5

Figure 5 HA8 Result (OFV = 2604)

#### 4. 결론

이 연구의 목적은 이항변수의 조합으로 단방향의 중앙물류시스템을 운영하는 시설에서의 배치최적화를 가능하도록 하는 수리모형을 제안하고 더 구체적인 모델로의 발전을 위한 기본 틀을 제공하는데 있다. 현재의 모형 자체는 기본적인 단방향 물류 흐름을 가정하지만 이후에 추가적으로 Shortcut과 같이 단방향으로 인해 소모적인 이동을 할 때 유용하게 그 거리를 줄이는 요소를 포함하는 모델이 연구되면 실질적인 활용성이 더 높아질 것으로 기대된다. 또한 결과에서 나타났듯이 배치 가능공간의 제약에 따라 유동성이라는 요소와 물류이송거리 최소화 라는 요소가 상충하여 효과적인 효율적인 배치 디자인 위해서는 단방향 물류 이송 장비의 길이를 함께 최소화 하는 방법에 대한 연구도 매우 필요하다고 할 수 있다.

## 참고문헌

- Amaral, A. R. (2013). Optimal solutions for the double row layout problem. *Optimization Letters*, 7(2), 407-413.
- Ben-Salem, A., Yugma, C., Troncet, E. and Pinaton, J.(2017), A simulation-based approach for an effective AMHS design in a legacy semiconductor manufacturing facility, in 2017 Winter Simulation Conference (WSC), 3600-3611.
- Cardarelli, E. and Pelagagge, P. M.(1995), Simulation tool for design and management optimization of automated interbay material handling and storage systems for large wafer fab, *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, 8(1), 44-49
- Chae, J., & Regan, A. C. (2020). A mixed integer programming model for a double row layout problem. *Computers & Industrial Engineering*, 140, 106244.
- Hungerländer, P., & Anjos, M. F. (2012). A semidefinite optimization approach to space-free multi-row facility layout. *Groupe d'études et de recherche en analyse des décisions*.
- Kim, B. I., Jeong, S., Shin, J., Koo, J., Chae, J. and Lee, S.(2009), A layout- and data-driven generic simulation model for semiconductor fabs, *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, 22(2), 225-231
- Kim, J., Yu, G. and Jang, Y. J.(2016), Semiconductor FAB layout design analysis with 300-mm FAB data: 'Is minimum distance-based layout design best for semiconductor FAB design?," *Computers and Industrial Engineering*, 99, 330-346
- Kusiak,A. and Heragu, S. S.(1987), The facility layout problem, *European Journal of Operational Research*, 29, 229-251
- Langevin, A. Montreuil, B. and Riopel, D.(1994), Spine layout design, *International Journal of Production Research.*, 32(2), 429-442.
- Montoya-Torres, J. R.(2006), A literature survey on the design approaches and operational issues of automated wafer-transport systems for wafer fabs, *Production. Planning and. Control*, 17(7), 648-663
- Peters, B. A. and Yang, T.(1997), Integrated facility layout and material handling system design in semiconductor fabrication facilities, *IEEE Transactions on Semiconductor Manufacturing*, 10(3), 360-369
- Secchin, L. D., & Amaral, A. R. (2019). An improved mixed-integer programming model for the double row layout of facilities. *Optimization Letters*, 13(1), 193-199.